УДК.621.391.8

ФУНКЦІЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ШИРОКОСМУГОВОГО ЗОНДУЮЧОГО СИГНАЛУ ТА ЇЇ ОБ`ЄМ

Мрачковський О.Д.

Обчислено об'єм під квадратом модуля широкосмугової функції невизначеності зондуючого сигналу. Уточнено принцип невизначеності для локаційних систем

Використання функції невизначеності (ФН) Вудворда [1-4] в якості узагальненої характеристики зондуючого сигналу, що описує його сумісну потенційну роздільну здатність за часом і частотою, пов`язане з характерною особливістю цієї функції, яка полягає у властивості інваріативності об`єму, обмеженого поверхнею квадрата модуля ФН $\left|\Psi(\tau,\Omega)\right|^2$ і площиною «дальність-допплерівська частота» (τ,Ω), яка математично формулюється умовою:

$$V_1=\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}\left|\dot{\Psi}(\tau,\Omega)\right|^2 d\tau d\Omega=2\pi \qquad (1)$$

де τ – часова затримка ехо-сигналу; $\Omega=\pm\frac{2V}{c}\omega_0$ - допплерівський зсув центральної частоти ехо-сигналу; V – радіальна складова швидкості цілі; c - швидкість розповсюдження сигналу в середовищі; ω_0 – центральна частота спектра сигналу; $\dot{\Psi}(\tau,\Omega)=\frac{1}{\sqrt{2\pi E}}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\dot{S}(t)\overset{*}{S}(t-\tau)e^{-j\Omega t}dt$ - нормована функція невизначеності Вудворда двох змінних (τ, Ω); $\dot{S}(t)$- зондуючий сигнал у комплексній формі; $\overset{*}{S}(t-\tau)$ - комплексний сполучений ехо-сигнал; $E=\int\left|S(t)\right|^2dt=\frac{1}{2\pi}\int\left|S(\omega)\right|^2dt$ - енергія зондуючого сигналу.

Властивість (1), вперше сформульована Вудвордом [1,2] як принцип невизначеності в радіолокації: *об'єм нормованої ФН зондуючого сигналу є постійною величиною, яка інваріантна до зміни виду сигналу та його параметрів (функції внутрішньоімпульсної модуляції, тривалості, ширини смуги, центральної частоти).*

Потрібно відмітити, що сформульований в [1,2] принцип невизначеності дійсний тільки в межах теорії вузькосмугових зондуючих сигналів. В основі цієї теорії є припущення про відсутність спотворень закону внутрішньоімпульсної модуляції ехо-сигналу за рахунок руху об'єкта виявлення. Вказане припущення дозволяє інтерпретувати ефект Допплера як простий частотний зсув центральної частоти спектра ехо-сигналу. Тобто без врахування неминучого допплерівського зсуву нижньої $\omega_{н'}=\pm\frac{2V}{c}\omega_н$ і верхньої

$\omega_{в'} = \pm\frac{2V}{c}\omega_в$ частоти спектра ехо-сигналу.

Широке використання складних зондуючих сигналів у сучасних радіолокаційних системах привело до зниження коефіцієнта широкосмуговості сигналу, який дорівнює відношенню центральної частоти ω_0 до ширини смуги сигналу $2\Delta\omega$ до значень порядку $\frac{\omega_0}{2\Delta\omega} \geq 50$. Для ультразвукових і гідролокаційних систем це відношення дістає значень порядку $\frac{\omega_0}{2\Delta\omega} \leq 10$. Тому використовувати принцип невизначеності Вудворда, дійсний для вузькосмугової радіолокації в таких областях як широкосмугова радіолокація, ультразвукова локація, гідролокація, неможливо [9].

У роботі Келлі і Вішнера [5] вперше було показано, якщо рух об'єкта локації можливо вважати рівномірним за час, рівний тривалості зондуючого сигналу τ_i, то аналітично ефект Допплера можна записати як ефект зміни часового масштабу відбитого сигналу:

$$S_1(t) = \sqrt{\alpha}S(\alpha t) \tag{2}$$

Амплітудний множник $\sqrt{\alpha}$ в (2) виведений з умови рівності енергії зондуючого і відбитого сигналів: $E = \int_{-\infty}^{+\infty}\left[s(t)\right]^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty}\left[\sqrt{\alpha}S(\alpha t)\right]^2 dt$.

Параметр α, що характеризує допплерівський коефіцієнт зміни часового масштабу ехо-сигналу, визначається як

$$\alpha = \frac{c-V}{c+V} = 1-\gamma \tag{3}$$

де $\gamma = \frac{2V}{c}$ - відносна швидкість об'єкта локації;

Визначимо функцію невизначеності зондуючого сигналу, спираючись на роботи [5-9]:

$$\left|\dot{\chi}(\tau,\gamma)\right| = \left|\frac{\sqrt{1-\gamma}}{E}\right| \left|\int_{+\infty}^{-\infty} \dot{s}(t)\overset{*}{s}\left[(1-\gamma)t-\tau\right]dt\right| \tag{4}$$

Використовуємо рівність Парсеваля $\int_{-\infty}^{+\infty}\dot{u}\left(t\right)\overset{*}{v}(t)\,dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\dot{U}(\omega)\overset{*}{V}(\omega)\,d\omega$ і запишемо вираз (4) в спектральній формі:

$$\left|\dot{\chi}(\tau,\gamma)\right| = \frac{1}{2\pi E}\times\frac{1}{\sqrt{1-\gamma}}\left|\int_{-\infty}^{+\infty}\dot{S}(\omega)\overset{*}{S}\left(\frac{\omega}{1-\gamma}\right)E^{-j\frac{w}{1-\gamma}\tau}d\omega\right| \tag{5}$$

Вирази (4), (5) будемо називати аналітичним записом широкосмугової функції невизначеності (ШФН), не змінюючи термінології, на наш погляд не дуже вдалої, яка була запропонована в [7], і тим самим підкреслимо, на відміну від «класичної» ФН Вудворда, характер інтерпретації ефекту Доплера. Обчислимо об'єм, обмежений поверхнею квадрата модуля ШФН, а також виявимо вплив коефіцієнта широкосмуговості сигналу на величину цього об'єму. Об'єм ШФН, обмежений $\left|\chi(\tau,\gamma)\right|^2$ і площиною (τ,γ):

$$V=\int_{-\infty}^{+\infty}\int\left|\chi(\tau,\gamma)\right|^2 d\tau_1 d\gamma \tag{6}$$

Підставляємо вираз (5) у (6) і обчислюємо об'єм ШФН

$$V=\frac{1}{2\pi \mathrm{E}^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\iint S(\omega_1)\overset{*}{S}(\omega_2)S\left(\frac{\omega_2}{1-\gamma}\right)\overset{*}{S}\left(\frac{\omega_1}{1-\gamma}\right)\times\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}e^{j(\omega_1-\omega_2)\frac{\tau}{1-\gamma}}\frac{1}{1-\gamma}d\omega_1 d\omega_2 d\gamma d\tau \tag{7}$$

Останній інтеграл у виразі (7) є дельта-функція Дірака:

$$\delta(\omega_1-\omega_2)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}e^{j(\varpi_1-\omega_2)\frac{\tau}{1-\gamma}}\frac{1}{1-\gamma}d\tau$$

Використаємо фільтруючу властивість дельта-функції і інтегруємо вираз (7) по ω_1. Отримуємо:

$$V=\frac{1}{2\pi \mathrm{E}^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\int\left|S(\omega)\right|^2\left|S\left(\frac{\omega}{1-\gamma}\right)\right|^2 d\omega d\gamma \tag{8}$$

Для розділення змінних інтегрування робимо заміну змінних у (8) $\omega=\omega_1$, $\omega_2=\dfrac{\omega_1}{1-\gamma}$, тобто $\gamma=1-\dfrac{\omega_1}{\omega_2}$

Модуль якобіана цього перетворення дорівнює:

$$|I|=\left|\frac{D(\omega,\gamma)}{D(\omega_1\omega_2)}\right|=\left\|\begin{matrix}\dfrac{\partial\omega}{\partial\omega_1} & \dfrac{\partial\omega}{\partial\omega_2}\\ \dfrac{\partial\omega}{\partial\omega_1} & \dfrac{\partial\gamma}{\partial\omega_2}\end{matrix}\right\|=\left|\begin{matrix}1 & 0\\ -\dfrac{1}{\omega_2} & -\dfrac{\omega_1}{\omega_2^2}\end{matrix}\right|=\frac{\omega_1}{\omega_2^2}$$

Таким чином, вираз (8) має вигляд:

$$V=\frac{1}{2\pi E^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\omega_1\left|S(\omega_1)\right|^2 d\omega_1\int_{-\infty}^{+\infty}\left|S(\omega_2)\right|^2\frac{d\omega_2}{\omega_2^2} \tag{9}$$

Для більшості технічно реалізованих зондуючих сигналів обидва інтеграли у виразі (9) кінцеві. Використаємо визначення несучої частоти як нормований за енергією перший момент енергетичного спектру сигналу:

$$\omega_0=\frac{1}{2\pi E}\int_{-\infty}^{+\infty}\omega\left|S(\omega)\right|^2 d\omega$$

Тоді (9) набуває вигляду:

$$V = \frac{\omega_0}{E}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{|S(\omega)|^2}{\omega^2}d\omega \qquad (10)$$

Як бачимо, об'єм ШФН є функціоналом енергетичного спектра зондуючого сигналу, тобто для ШФН, на відміну від ФН Вудворда не зберігається принцип інваріантності об'єму по відношенню до змін виду зондуючого сигналу і його центральної частоти.

Для вузькосмугового сигналу вираз (10) набуває вигляду:

$$V = \frac{2\pi}{\omega_0}\times\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}|S(\omega)|^2 d\omega \qquad (11)$$

Використаємо визначення енергії зондуючого сигналу $E = \frac{1}{2\pi}\int|S(\omega)|^2 dt$ тоді вираз (11) набуває вигляду:

$$V = \frac{2\pi}{\omega_0} \qquad (12)$$

Як бачимо з (10) об'єм ШФН залежить від широкосмуговості зондуючого сигналу $\frac{\omega_0}{2\Delta\omega}$, наприклад для ЛЧМ сигналу, енергетичний спектр якого може бути апроксимований прямокутною функцією вигляду:

$$|S(\omega)| = \begin{cases} 2G & \omega\in[\omega_н,\omega_в] \\ 0 & \omega\in[\omega_н,\omega_в] \end{cases} \qquad (13)$$

Об'єм ШФН залежить від величин ω_0, $\frac{2\Delta\omega}{\omega_0}$, дорівнює

$$V = 2\pi\frac{1}{\omega_0\left[1-0,25\left(\frac{2\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2\right]} \qquad (14)$$

і є зворотнім коефіцієнту широкосмуговості сигналу.

Проаналізуємо (14). Якщо збільшувати ширину смуги зондуючого сигналу $2\Delta\omega$ при ω_0=const, то об'єм ШФН зростатиме і навпаки: якщо збільшувати центральну частоту ω_0 при $2\Delta\omega$=const, то об'єм ШФН зменшиться.

Залежності, подібні (14), можуть бути отримані для сигналів, енергетичний спектр яких може бути апроксимований функцією, відмінною від прямокутної. Отриманий вираз для об'єму ШФН (10) потребує уточнення принципу невизначеності. Він може бути сформульований наступним чином: *об'єм нормованої ШФН не є постійною величиною, яка інваріантна до зміни виду зондуючого сигналу та його параметрів. Однак для кожного фізичного сигналу, вибраного в якості зондуючого з заданою формою обвідної, тривалістю, шириною смуги і центральною частотою об'єму нормованої ШФН є постійною величиною.*

Уточнений принцип невизначеності дійсний для широкого класу локаційних систем: широкосмугових радіолокаційних, ультразвукових, гідролокаційних. І чим менша величина об'єму ШФН, тим менша потенційна невизначеність сумісного виміру дальності і швидкості.

Величина об'єму ШФН повинна бути використана в якості «міри» потенційної невизначеності сумісного виміру дальності і швидкості об'єкту, що виявляється. Цю «міру» потрібно застосовувати для вирішення раціонального вибору зондуючого сигналу.

Таким чином, концепція Вудворда про те, що об'єм нормованої ФН завжди постійний при зміні параметрів сигналу хибна, якщо не розуміти і не приймати всіх допустимих для цього припущень.

Література

1. Woodward P.M. Probability and Information Theory with Application to Radar London: Pergamon, 1953
2. Woodward P.M. Probability and Information Theory with Application to Radar New York: Pergamon, 2nd.ed. 1964.
3. Вудворд Ф.М. Теория вероятностей и теория информации с применениями в радиолокации, М. «Советское радио», 1955.
4. Вакман Д.Е. Сложные сигналы и принцип неопределенности в радиолокации, М. «Советское радио», 1965.
5. Kelly E.J., Wishner R.P. Matched filter theory for high-velocity targets//IEEE Trans. 1965, January, vol MIL-9, №1 pp56÷69
6. Gassner R.L, Cooper G.R. Note on a Generalized Ambiguty Functions IEEE Trans. 1967, January, vol IT-13, №1, pp126.
7. Speiser R. Wide–Band Ambiguty Functions.IEEE Trans.1967,v.IT-13,№1,p 122÷123.
8. Purdy R.J, Cooper G.R. A Note on the Valume of Generalized Ambiguity Functions. IEEE Trans. 1968, January, vol IT-14, №1, pp 153÷154.
9. Мрачковский О.Д. Анализ, формирование и обработка сложных гидролокационных сигналов, используемых в АРГАС. Киевский НИИ гидроприборов. 1977.

Ключові слова: радіолокація, гідролокація, функція невизначеності

Мрачковский О.Д.	Mrachkovsky O.D.
Функция неопределенности широкополосного зондирующего сигнала и ее объем	**The volume and ambiguity function of wide-band sounding signal**.
Вычислен объем под квадратом модуля широкополосной функции неопределеннос-ти зондирующего сигнала. Уточнен принцип неопределенности для локационных систем.	The volume under a square of a module of wideband ambiguity function of a sounding signal is computed. The principle of ambiguity for any radar is updated.

УДК 621.391.26

ТОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВУХПОЗИЦИОННОЙ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ В ДЕКАРТОВОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

Доценко Д.И., Жук С.Я.

Получены аналитические выражения для дисперсий и взаимных корреляций ошибок измерения двухпозиционной радиолокационной системы в декартовой системе координат и на модельном примере выполнен их расчет и анализ.

Одним из перспективных видов радиолокационных систем являются двухпозиционные (ДП РЛС), в которых передающая и приемная подсистемы разнесены в пространстве. Угловые координаты цели в ДП РЛС изме-